重力場の粒子生成に伴う揺動的反作用(基研短期研究会「進化の力学への場の理論的アプローチ」報告,研究会報告)

森川, 雅博

研究会報告

重力場の粒子生成に伴う揺動的反作用[1)]

京大・理　森　川　雅　博

§1. 初期宇宙のゆらぎの発生の問題

現在の宇宙に観測される大局的密度ゆらぎの起源は，初期宇宙のインフレーションに求める事ができると考えられる[2)]。 というのは，ド・ジッター時空で表わされるこの時期の宇宙の指数関数的膨張によって，もし以前に何か構造が存在したとしても，すべて赤方偏移して，ほとんど一様な宇宙が実現されるからである。また同時に，ド・ジッター時空上の量子場の持つ不安定性から，自発的にc数のゆらぎが発生する可能性があるからである。インフレーション標準モデルでは，あるスカラー場 $\varphi(x)$ が主役を担う。そして $\varphi(x)$ のゆらぎが再加熱の時期を通して密度ゆらぎを形成するものと考えられている。

よくなされる議論は[3)]，ド・ジッター時空上での場の理論を考え，この2点関数を φ場のゆらぎであると考える。特に，このゆらぎのサイズがハッブルサイズを越える時に，ゆらぎはc数の性格を持つようになると仮定されている。このq数ゆらぎ，c数ゆらぎを混同した議論に対する批判はいろいろあるとおりだが[3)]，要するに，空間の異なる2点を区別する物理量（これが空間的構造の存在を表わす）が構成できてない所に問題がある。この問題の本質は，単にc数・q数の区別だけでなく，一様なバックグランドから構造が形成されるメカニズムであり，宇宙論に特有の問題ではない。実際，インフレーションをひとつの相転移ととらえた時，c数の秩序変数の同定とそのゆらぎの発生が問題になる。またそれらのゆらぎは必ずエネルギー散逸を伴い，宇宙の再加熱に寄与する事及び，q数からc数への移行は自発的な〝観測過程〟を伴う事など，非可逆過程の統計力学，観測理論とも切りはなせない問題である。

ゆらぎの発生の問題を考えるとき，ゆらぎという本来統計力学的なものを，決定論的で並進対称性に依拠した従来の場の量子論だけから導く事は不可能であろう。従って新しい原理が要るわけだが，現象論的なゆらぎの扱いから示唆される次の形を用いよう：ゆらぎが経路積分の形で表わされた時，実の指数を持つ被積分因子は統計的な重みを意味し，残りの純虚の指数部分は決定論的な力学を決定する作用関数を意味する。つまり通常の方法で計算される量子ゆらぎは後者によって決まり，我々が求めたい古典的な統計ゆらぎは前者によって決まる。

さて上述の実の指数を持つ被積分因子は，基本的には有効作用の虚部であり，系が何らかの不安定性を持つ時に現われる。かって，トンネル効果による準安定状態の崩壊や，自発的ブラックホール生成による熱平衡ミンコフスキー時空の崩壊の確率を求めるのに用いられた量である。しかしここでは，2点関数Gもその引数として含む有効作用 $\Gamma[\varphi, G]$ を用い，さらに閉じた時間積分路の経路積分の方法を用いてダイナミカルな情報を引出す。

インフレーションの場合，ド・ジッター時空上のド・ジッター不変な真空に対するスカラー1粒子状態は，（自己）相互作用に対して不安定性を持っている。つまり1個のスカラー粒子は自発的に多くの粒子にねずみ算式に崩壊していく[4)]。宇宙は急激に膨張しているので，崩壊していった多くの粒子が再びもと

の1粒子状態にもどる逆反応はほとんど完全にありえない。ここに非可逆性がはいってきて，統計力学的要素が現われることになる。

§2. 秩序変数とその運動方程式

自己相互作用するスカラー場を考える。これの，ド・ジッター不変な真空でとった期待値 $\varphi(x)$ を秩序変数に選ぶ。この秩序変数の力学的発展を定める最も自然なポテンシャルは，閉じた時間積分路を持つ有効作用 Γ である。ただし定常でない時間発展を考えるために，Γ の引数は $\varphi(x)$ とともに，2点関数 $G(x, y)$ も考える必要がある。$\Gamma[\varphi, G]$．2ループ以上のグラフで，Γ の虚部を与えるものがある。従って2ループまでの近似で考える。Γ の虚部は変数 $\varphi_\Delta(x) = \varphi_+(x) - \varphi_-(x)$ について2次である。ここで閉じた時間積分路の行き帰りの引数を持つ場をそれぞれ φ_+，φ_- で表わした。

ここに現われた Γ の虚部は，§1で述べた自己相互作用を通してのスカラー1粒子状態の自発的崩壊過程の最低次からの寄与である。この寄与は φ_Δ の2次であり，Γ に，φ_+，φ_- について変分原理を適用して得た運動方程式において，直接 $\varphi_+ = \varphi_-$ ($\varphi_\Delta = 0$) の条件をおいたときに完全に消えてしまう部分である。そのような処方に矛盾を見出す事は今のところできない。しかし秩序変数 $\varphi(x)$ の時間発展において，§1に言うc数のゆらぎはまさに Γ の虚部にあるのである。さらに，統計力学における現象論の式に現われる，ゆらぎや非可逆性を表わす項はすべて Γ の虚部と結びついているのである。つまり on-shell のゆらぎ（c数ゆらぎ）を表現する Γ の虚部を，仮想的なゆらぎ（q数ゆらぎ）を表現する Γ の実部とともに φ の運動方程式の中に取り込む事をしたい。そのために Γ から on-shell のゆらぎを径路積分の形であからさまに取出す。具体的には，$\exp(i\,\mathrm{Im}\Gamma[\varphi, G])$ を $\varphi_\Delta(x)$ に関して汎関数的にフーリエ変換する。2ループまでの近似では φ_Δ について2次なので，計算はすぐにできる。$\xi(x)$ をフーリエ変数として次の形を得る。

$$\exp(i\Gamma[\varphi, G]) = \int \mathcal{D}\xi\, P(\xi) \exp(i S_{\mathrm{eff}}[\varphi, G, \xi]).$$

ただし，

$$P(\xi) = \exp\left[-\frac{6}{\lambda^2}\int d^4x \int d^4y\ \xi(x)\, [\mathrm{Re}\, G_F^3]^{-1}_{xy}\, \xi(y)\right]$$

$$S_{\mathrm{eff}} = S[\varphi_+] - S[\varphi_-] + \frac{\lambda^2}{12}\iint \varphi_\Delta(x)\,\theta(x^0 - y^0)$$

$$\times [\mathrm{Im}\, G_F^3]_{xy}\, \varphi_c(y)\, d^4x\, d^4y + \int d^4x\, \xi(x)\, \varphi_\Delta(x)$$

である。λ：自己相互作用の強さ，$2\varphi_c(x) = \varphi_+(x) + \varphi_-(x)$，$G_F(x, y)$ はファインマンの2点関数である。§1で述べた原理によると $P(\xi)$ はc数の統計的変数 $\xi(x)$ の重みであり，S_{eff} が力学を決定する作用である。実際，S_{eff} に，φ_+, φ_- について変分原理を適用して，$\varphi_+ = \varphi_-$ とおくと，$\varphi_c(x)$ に対する方程式がランジュバン方程式の形で導かれる。これは $\xi(x)$ に依存するが，$\varphi(x)$ の相関などの物理量には ξ は現われない。もし変数 $\xi(x)$ で平均してしまえば，先程の，Γ から直接導かれる運動方程式にもどる。

§ 3. 粒子生成に伴う揺動的反作用

自己相互作用するスカラー場をド・ジッター時空上で考える。線要素は

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = \alpha^2 (\cos\eta)^{-2} (d\eta^2 - d\chi^2 - \sin^2\chi (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2))$$

で与えられる。真空は通常のようにド・ジッター不変なものをとる。そしてノーマルモードの直交性と完全性を用いて§2での φ_Δ についての2次の項を計算することができる。結局，この項は，スカラー1粒子状態の自己相互作用を通しての自発的崩壊の確率に比例する事，そして $\varphi_c(x)$ に結合するランダム場 $\xi(x)$ はガウス型白色のスペクトルを持つ事などがわかる。さらに $\xi(x)$ について平均をとって，$\varphi(x)$ の分布関数に対する発展方程式を導く事もできる。発生するゆらぎの大きさは，スカラー場の質量mに大きく依存するが，通常計算される量子ゆらぎの大きさよりかなり小さい。特に m≫（ハッブル半径）$^{-1}$ ならば，統計的ゆらぎの相関関数は exp〔－m・（ハッブル半径）〕のように小さくなる。従ってゆらぎが6ケタ程大きすぎるという通常の困難は必ずしもインフレーションモデルの困難ではない。

最後に，用いた真空についての考察・計算ではド・ジッター不変な真空を選んだが，これを選ばなければならない決定的な理由はない。そもそも状態は，我々が選ぶものではなく，宇宙が自発的に進化していくものである。特にエントロピー生成やゆらぎの発生のある時間発展は，ハイゼンベルグ描像の枠には完全にはおさまらない。宇宙膨張して生成した粒子が最終的に熱平衡におちつき熱い宇宙を作るわけだが，演算子の時間発展だけ見ていたのでは粒子数分布やコヒーレンスの変化を記述できない。この観点からは，我々の結果は，単に，初期に用意されたド・ジッター不変な真空はスカラー場の自己相互作用に関して不安定であり，秩序変数の非一様性を誘起して，他の状態に崩壊していくのだと言う事ができる。

References

1) M. Morikawa, submitted to Prog. Theor. Phys.
2) 小玉英雄，本号の研究会報告。またR. Brandenberger Rev. Mod. Phys. **57** (1985), 1.
3) 2) の文献を参照して下さい。また阪上雅昭，佐々木節，本号の研究会報告。
4) O. Nachtmann, Sitzungsber. Osterr. Akad. Wiss. Math. Naturwiss. kl. **176** (1968) 363.
N. P. Myhrvold, Phys. Rev. **D15** (1983) 2439.

Evolution of Pure State into Mixed State in de Sitter Space−Time

広大・理論研　阪　上　雅　昭

インフレーション宇宙モデルは初期宇宙（$t \sim 10^{-34}$ sec）での相転移により起こる宇宙の指数函数的膨張とエントロピー生成を利用して Big Bang 宇宙論の基本的問題であった horizon 問題・flatness 問題を解決することができる[1]。さらにこのモデルでは現在の宇宙あるいは銀河に対応するスケールが宇